

基本トレーニング 【整数問題～素因数分解～】

(1) 180を素因数分解しなさい。

$$180 = 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 5$$

※2の倍数の見分け方・・・一の位の数が偶数

※3の倍数の見分け方・・・各位の数の和が3の倍数

$$2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 5$$

(2) 198の約数の個数を求めなさい。

$$198 = 2 \times 3 \times 3 \times 11$$

2の選び方が(1+1)個、3の選び方が(2+1)個、11の選び方が(1+1)個、

$$\text{よって } (1+1) \times (2+1) \times (1+1) = 12$$

12 個

(3) 1～40までの整数のうち、約数が3個である整数は全部で何個ありますか。

※約数が3個 $\Rightarrow \square \times \square$ (\square は素数) \Rightarrow 平方数をさがす。

$$2 \times 2 = 4, \quad 3 \times 3 = 9, \quad 5 \times 5 = 25,$$

3 個

(4) 1～50までの整数のうち、約数が4個である整数は全部で何個ありますか。

※約数が4個 \Rightarrow ① $\square \times \square \times \square$ (\square は素数) ② $\square \times \triangle$ (\square と \triangle は異なる素数)

$$\text{① } \square \times \square \times \square \Rightarrow 2 \times 2 \times 2 = 8, \quad 3 \times 3 \times 3 = 27,$$

$$\text{② } \square \times \triangle \Rightarrow 2 \times 3 = 6, \quad 2 \times 5 = 10, \quad 2 \times 7 = 14, \quad 3 \times 5 = 15, \quad 3 \times 7 = 21, \quad 2 \times 11 = 22, \quad 2 \times 13 = 26,$$

$$3 \times 11 = 33, \quad 2 \times 17 = 34, \quad 5 \times 7 = 35, \quad 2 \times 19 = 38, \quad 3 \times 13 = 39, \quad 2 \times 23 = 46,$$

15 個

(5) 30、20、105の最大公約数と最小公倍数を求めなさい。

※連除法で求める。

$$\begin{array}{r} 5 \overline{) 30, 20, 105} \\ 3 \overline{) 6, 4, 21} \\ 2 \overline{) 2, 4, 7} \\ \hline 1, 2, 7 \end{array}$$

最大公約数は、3つとも割り切れる数でわる。 $\Rightarrow 5$

最小公倍数は、2つでも割り切れる数でわる。

$$5 \times 3 \times 2 \times 1 \times 2 \times 7 = 420$$

最大公約数	5
最小公倍数	420

(6) 2つの整数A、Bがあり、AはBより小さく、AとBの最大公約数は6、最小公倍数は120です。このとき、AとBの組み合わせをすべて答えなさい。

$$\begin{array}{r} 6 \overline{) A \quad B} \\ \hline a \quad b \end{array}$$

$$6 \times a \times b = 120 \text{ になれば良いので}$$

A、Bは6でわる前の数なので

$$a \times b = 20$$

(a, b)の組み合わせは、(1, 20) (4, 5)

※aとbは互いに素(公約数を持たない数)

(6, 120) (24, 30)

(7) $A = 1 \times 2 \times \dots \times 58 \times 59 \times 60$ として、Aを2で割り続けるとき、何回目で商が整数でなくなりますか。

※2で割り切れる回数 = 『 $\times 2$ 』が含まれる個数 (4=2 \times 2なので、4は『 $\times 2$ 』を2個持つ)

$$2 \text{ の倍数 (『} \times 2 \text{』を1個持つ)} \Rightarrow 60 \div 2 = 30 \text{ 個}$$

$$30 + 15 + 7 + 3 + 1 = 56 \text{ 回割り切れる。}$$

$$4 \text{ の倍数 (『} \times 2 \text{』を2個持つ)} \Rightarrow 60 \div 4 = 15 \text{ 個}$$

$$56 + 1 \text{ 回目で割り切れなくなる。}$$

$$8 \text{ の倍数 (『} \times 2 \text{』を3個持つ)} \Rightarrow 60 \div 8 = 7 \text{ 個}$$

$$16 \text{ の倍数 (『} \times 2 \text{』を4個持つ)} \Rightarrow 60 \div 16 = 3 \text{ 個}$$

$$32 \text{ の倍数 (『} \times 2 \text{』を5個持つ)} \Rightarrow 60 \div 32 = 1 \text{ 個}$$

57 回目

(8) $A = 1 \times 2 \times \dots \times 48 \times 49 \times 50$ とすると、Aは一の位から連続して0が何個ならびますか。

※0がならぶ個数 \Rightarrow 『 $\times 10$ 』の個数 \Rightarrow 『 $\times 2$ 』と『 $\times 5$ 』の個数 \Rightarrow 『 $\times 2$ 』より『 $\times 5$ 』の方が数が少ないので、

『 $\times 5$ 』の個数を調べればよい。

$$10 \div 2 = 12 \text{ 個}$$

$$5 \text{ の倍数 (『} \times 5 \text{』を1個持つ)} \Rightarrow 50 \div 5 = 10 \text{ 個}$$

$$25 \text{ の倍数 (『} \times 5 \text{』を2個持つ)} \Rightarrow 50 \div 25 = 2 \text{ 個}$$

12 個

基本トレーニング 【整数問題～素因数分解～】

(1) 180を素因数分解しなさい。

(2) 198の約数の個数を求めなさい。

(3) 1～40までの整数のうち、約数が3個である整数は全部で何個ありますか。

(4) 1～50までの整数のうち、約数が4個である整数は全部で何個ありますか。

(5) 30、20、105の最大公約数と最小公倍数を求めなさい。

(6) 2つの整数A、Bがあり、AはBより小さく、AとBの最大公約数は6、最小公倍数は120です。このとき、AとBの組み合わせをすべて答えなさい。

(7) $A = 1 \times 2 \times \dots \times 58 \times 59 \times 60$ として、Aを2で割り続けるとき、何回目まで商が整数でなくなりますか。

32の倍数(『×2』を5個持つ) $\Rightarrow 60 \div 32 = 1$ 個

(8) $A = 1 \times 2 \times \dots \times 48 \times 49 \times 50$ とすると、Aは一の位から連続して0が何個ならびますか。