

キセル算 $1/n \times (n+a)$ の和

問題 次の(1) (2)を計算しなさい。

$$(1) \frac{1}{2 \times 3} + \frac{1}{3 \times 4} + \frac{1}{4 \times 5} \quad \dots \quad + \frac{1}{98 \times 99} + \frac{1}{99 \times 100}$$

$$(2) \frac{1}{1 \times 3} + \frac{1}{3 \times 5} + \frac{1}{5 \times 7} \quad \dots \quad + \frac{1}{97 \times 99} + \frac{1}{99 \times 101}$$

この計算問題をキセル算と名付けた人のセンス…スゴイですね。

けど、多くの子どもがキセルを知りません(*'▽')

何か変わりの良いネーミングがあると良いのですが…。

トンネル、ワーフゾーン、タピオカを飲むストロー、…いまいちピンとくるのがないですね。

まずはこう解け！

Step1

$$\frac{1}{A \times B} = \frac{1}{A} - \frac{1}{B} \text{ に変形する！}$$

Step2

分子の数を合わせる！

Step3

はじめと終わりを残し、すべて消す！

解き方

(1) $\frac{1}{2 \times 3} = \frac{1}{2} - \frac{1}{3}$ なので、すべて同じように変形すると

$$\begin{aligned} & \frac{1}{2 \times 3} + \frac{1}{3 \times 4} + \frac{1}{4 \times 5} \cdots + \frac{1}{98 \times 99} + \frac{1}{99 \times 100} \\ &= \frac{1}{2} - \cancel{\frac{1}{3}} + \cancel{\frac{1}{3}} - \cancel{\frac{1}{4}} + \cancel{\frac{1}{4}} - \cancel{\frac{1}{5}} \cdots + \cancel{\frac{1}{98}} - \cancel{\frac{1}{99}} + \cancel{\frac{1}{99}} - \frac{1}{100} \\ &= \frac{1}{2} - \frac{1}{100} = \frac{49}{100} \end{aligned}$$

答え $\frac{49}{100}$

(2) $\frac{1}{1 \times 3} = \left[\frac{1}{1} - \frac{1}{3} \right] \div 2$ なので、すべて同じように変形すると

$$\frac{1}{1 \times 3} + \frac{1}{3 \times 5} + \frac{1}{5 \times 7} \quad \dots \quad + \frac{1}{97 \times 99} + \frac{1}{99 \times 101} \quad \text{Step2}$$

$$\begin{aligned} &= \left[\frac{1}{1} - \cancel{\frac{1}{3}} + \cancel{\frac{1}{3}} - \cancel{\frac{1}{5}} + \cancel{\frac{1}{5}} - \cancel{\frac{1}{7}} \quad \dots \quad + \cancel{\frac{1}{97}} - \cancel{\frac{1}{99}} + \cancel{\frac{1}{99}} - \frac{1}{101} \right] \div 2 \\ &= \left[\frac{1}{1} - \frac{1}{101} \right] \div 2 \\ &= \frac{50}{101} \end{aligned}$$

答え $\frac{50}{101}$