

最大公約数・最小公倍数

問題 2つの整数 A 、 B があります。 A と B の最大公約数は 10、最小公倍数 120 です。 A が B より大きい整数のとき、 A 、 B の数の組みあわせをすべて求めなさい。

中学受験の算数を学習し始めて、一番はじめに出てくる抽象的な問題です。小学4年生の心を折りにくる問題です。このような問題を解けたときに、論理的思考の面白さを感じられると良いんですが…。なかなか難しいですね。

まずはこう解け！

Step1 連除法と同じように、問題の条件を書き入れる！

Step2 最大公約数でわる！

Step3 互いに素になる（公約数を持たない）答えを選ぶ！

確認しておこう！【連除法とは…】

①最大公約数

$$\begin{array}{r} 2 \) \ 24 \ 36 \\ 2 \) \ 12 \ 18 \\ 3 \) \ 6 \ 9 \\ \hline 2 \ 3 \end{array}$$

1. 両方の数を割り切れる数でわる。
2. \square をかけ算
 $2 \times 2 \times 3 = 12$
 最大公約数は 12

②最小公倍数（2数）

$$\begin{array}{r} 2 \) \ 24 \ 36 \\ 2 \) \ 12 \ 18 \\ 3 \) \ 6 \ 9 \\ \hline 2 \ 3 \end{array}$$

1. 両方の数を割り切れる数でわる。
2. \square をかけ算
 $2 \times 2 \times 3 \times 2 \times 3 = 72$
 最小公倍数は 72

③最小公倍数（3数）

$$\begin{array}{r} 2 \) \ 24 \ 36 \ 48 \\ 2 \) \ 12 \ 18 \ 24 \\ 3 \) \ 6 \ 9 \ 12 \\ 2 \) \ 2 \ 3 \ 4 \\ \hline 1 \ 3 \ 4 \end{array}$$

1. 3つとも割り切れる数でわる。
2. **2つの数だけでも割り切れる数でわる**
3. \square をかけ算
 $2 \times 2 \times 3 \times 2 \times 1 \times 3 \times 4 = 288$
 最小公倍数は 288

解き方

$$\begin{array}{r} 10 \) \ A \ B \\ \hline a \ b \end{array}$$

最小公倍数が 120 なので、 $10 \times a \times b = 120$

$10 \times a \times b = 120$ を満たす組み合わせを書き出すと

$a=1, b=12$ $a=12, b=1$

$a=2, b=6$ $a=6, b=2$

$a=3, b=4$ $a=4, b=3$

ここで A の方が B より大きいという条件があるので、 a は b より大きく、
また、 a と b は互いに素の関係なので、 2 と 6 の組み合わせ条件を満たさない。
※互いに素でない場合（約数を持つ場合）には、最大公約数が増えて
問題と合わなくなるので注意すること。

以上の条件を満たすのは、 $(a=12, b=1)$ と $(a=4, b=3)$ の2通り。
もとの数 A, B は、最大公約数 10 でわる前の数なので
 $A=10 \times a, B=10 \times b$ を求めると、
 $(A=120, B=10)$ と $(A=40, B=30)$ となる。

答え $(A=120, B=10)$ と $(A=40, B=30)$