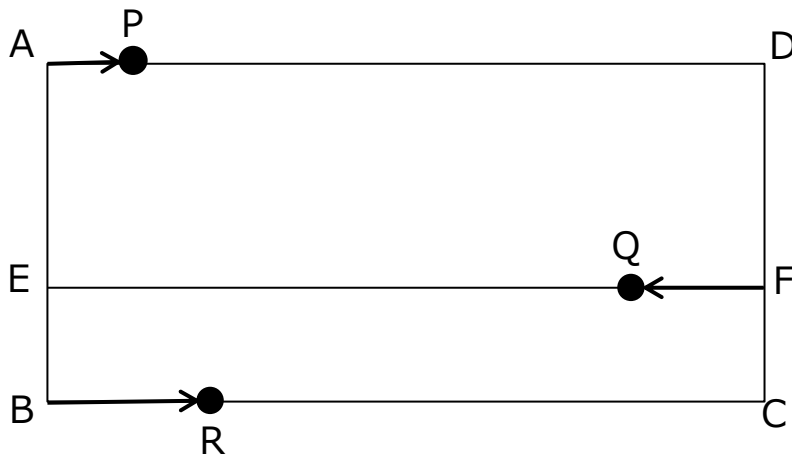


3 点の移動（シャドーの利用）

問題 下の図のように、 $AE = 30\text{ cm}$ 、 $EB = 10\text{ cm}$ 、 $AD = 90\text{ cm}$ の長方形 $ABCD$ があります。点 P は A を出発して毎秒 1 cm で AD 間を往復します。また、点 Q は F を出発して毎秒 2 cm で FE 間を、点 R は B を出発して毎秒 3 cm で BC 間を往復します。点 P 、 Q 、 R が同時に出発したとして、次の問に答えなさい。



- (1) 点 P 、 Q 、 R が一直線上になるのは出発してから何秒後ですか。
- (2) 三角形 PQR の面積が 2 回目に 120 cm^2 になるのは出発してから何秒後ですか。

はじめて解くときはなかなか苦労する問題です。
いろいろと調べているうちに解ける問題ですが、今回の「こう解け！」では
スッキリ解く方法を紹介します。

まずはこう解け！

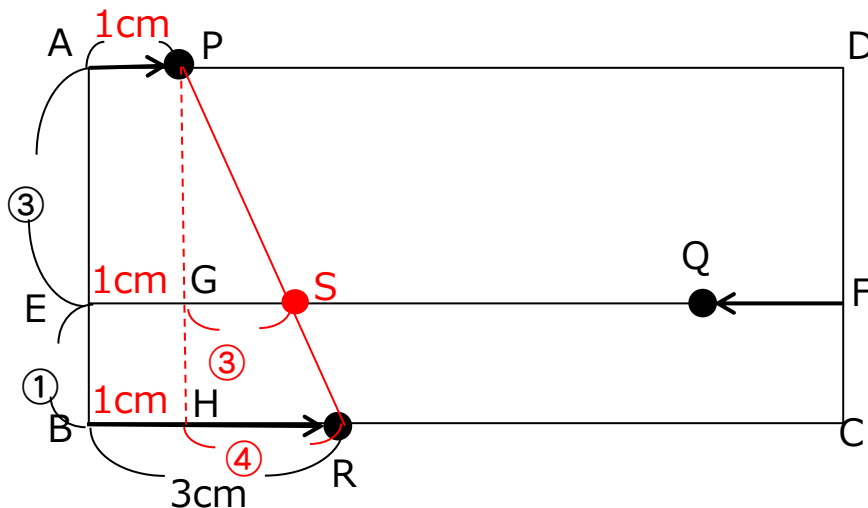
Step1 PR と EF の交点を新しい点 S とする！

Step2 点 S の秒速を求める⇒ 1 秒後の図を書く！

Step3 辺 EF 上で、点 S と点 Q の旅人算として計算する！

😊 解き方

点 S の速さを求めるために 1 秒後の図を書く。



(点 O から辺 BC に垂直な線を引き、その線と EF、BC の交点をそれぞれ G、H とする)

$PG : PH = 3 : (3 + 1) = 3 : 4$ より三角形 PGS と三角形 PHR の相似比は $3 : 4$

ここで $GS = ③$ 、 $HR = ④$ とおくと、 $1 + ④ = 3 \rightarrow ① = 0.5$

点 S が 1 秒間で進んだ距離 ES は、 $1 + ③ = 2.5\text{cm}$ 、よって点 S は毎秒 2.5cm になる。

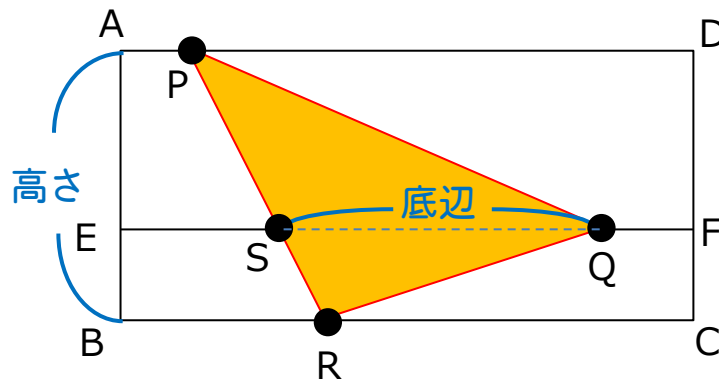
(1) 点 PQR が一直線になる⇒点 S と点 Q が重なる

点 S と点 Q は、はじめ 90cm はなれていて秒速 2.5cm と秒速 2cm で近づくので、

重なるまでの時間は $90 \div (2.5 + 2) = 20$ 秒後

答え 20 秒後

(2) 三角形 PQR の面積は、SQ を底辺、AB を高さ (の合計) と考えられる



三角形 PQR = 120cm^2 、 $AB = 40\text{cm}$ より、 $SQ = 120 \times 2 \div 40 = 6\text{cm}$ になれば良い。

SQ の長さは $90\text{cm} \rightarrow 6\text{cm} \rightarrow 0\text{cm} \rightarrow 6\text{cm} \dots$ と変化するので、

2 回目に 6cm になるのは $(90 + 6) \div (2.5 + 2) = 21\frac{1}{3}$ 秒後

$21\frac{1}{3}$ 秒後の R と Q の位置を確認すると、

$$BR = 3 \times 21\frac{1}{3} = 64\text{cm}$$

$$FQ = 2 \times 21\frac{1}{3} = 42\frac{2}{3}\text{cm}$$

BR、FQ とともに 120cm 以下であり、折り返していないことがわかるので、

$21\frac{1}{3}$ 秒後が正解。

答え $21\frac{1}{3}$ 秒後

※移動している点が折り返すときに変化が変わる。そのときは折り返したあとの変化を考え直す。

今回の問題は折り返しを考えずに答えが出せたが、

R が折り返すまでの時間 $\rightarrow 120 \div 3 = 40$ 秒

Q が折り返すまでの時間 $\rightarrow 120 \div 2 = 60$ 秒

この 2 つをはじめから意識できているとより良い。